

Algorithmen und Komplexität Übungsblatt 2

Aufgabe 1

- Der Graph $G = (V, E)$ habe n Knoten und m Kanten; für einen Knoten $v \in V$ bezeichne $\deg(v)$ seinen Grad. Bestimmen Sie die Anzahl der Kanten sowie den Grad der Knoten im Komplement \bar{G} von G .
- Zeigen Sie, dass jeder Graph auf mindestens zwei Knoten mindestens zwei Knoten besitzt, die denselben Grad haben.
- Zeigen Sie, dass in jedem Graphen die Anzahl der Knoten mit ungeradem Grad gerade ist.

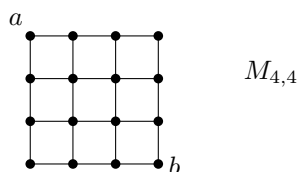
Aufgabe 2

Aus der Vorlesung wissen wir (Satz 1.18): Ist $G = (V, E)$ ein zusammenhängender Graph mit $|E| = |V| - 1$, so ist G kreisfrei und somit ein Baum. Zeigen Sie:

- Ist G zusammenhängend und kreisfrei, so gilt $|E| = |V| - 1$.
- Ist G kreisfrei und gilt $|E| = |V| - 1$, so ist G zusammenhängend.

Aufgabe 3

In dieser Aufgabe betrachten wir Gittergraphen $M_{n,n} = (V, E)$, wobei $V = \{v_{i,j} \mid 1 \leq i, j \leq n\}$ und $E = \{\{v_{i,j}, v_{i',j'}\} \mid |i - i'| + |j - j'| = 1\}$. Im Beispiel $n = 4$ sieht dieser Graph wie folgt aus:



Es seien weiter $a := v_{1,1}$ und $b := v_{n,n}$ zwei Knoten mit maximaler Distanz in $M_{n,n}$.

- Bestimmen Sie die Anzahl Knoten und die Anzahl Kanten in $M_{n,n}$.
- Berechnen Sie die Anzahl kürzester a - b -Pfade in $M_{n,n}$.
- Sei G ein zusammenhängender Teilgraph von $M_{n,n}$, der alle Knoten von $M_{n,n}$ enthält. Entwerfen Sie einen Algorithmus mit Laufzeit $O(n^2)$, der die Länge eines kürzesten $a - b$ -Pfades in G berechnet. Zeigen Sie Korrektheit und Laufzeit.

ABGABE DER HAUSAUFGABEN IN DER VORLESUNG AM 04.10.2016.