

## Algorithmen und Komplexität Übungsblatt 3

### Aufgabe 1

Ein *bipartiter Graph*  $G = (V_1 \uplus V_2, E)$  besteht aus zwei disjunkten Knotenmengen  $V_1$  und  $V_2$  und Kanten  $E \subseteq V_1 \times V_2$ . Die Knotenmenge  $V$  eines bipartiten Graphen kann also in zwei Teile  $V_1$  und  $V_2$  partitioniert werden, so dass keine Kanten innerhalb  $V_1$  oder innerhalb  $V_2$  verlaufen.

Entwerfen Sie einen Algorithmus, der in Zeit  $\mathcal{O}(|V| + |E|)$  entscheidet, ob ein gegebener Graph bipartit ist.

### Aufgabe 2

Unter einem Digraphen (engl. *directed graph*)  $D = (V, A)$  versteht man einen Graphen, in dem die Kanten  $A$  Richtungen haben, d.h.  $A \subseteq V \times V$  besteht aus *geordneten Paaren*. Eine *topologische Ordnung* von  $D$  ist eine Nummerierung der Knoten  $f: V \rightarrow \mathbb{N}$  mit der Eigenschaft

$$(u, v) \in A \Rightarrow f(u) < f(v).$$

Beschreiben Sie einen Algorithmus, der in Laufzeit  $\mathcal{O}(|V| + |A|)$  eine topologische Ordnung von  $D$  findet oder feststellt, dass eine solche nicht existiert. Geben Sie Ihren Algorithmus auch in Pseudo-Code an.

*Hinweis:* Sie dürfen annehmen, dass der Digraph als Adjanzenzliste gespeichert ist. Für jeden Knoten gibt es zwei Listen: eine Liste für alle durch *ausgehende* Kanten erreichbaren Nachbarn, und eine Liste für alle durch *eingehende* Kanten erreichbaren Nachbarn.

### Aufgabe 3

Sei  $G = (V, E)$  ein Graph. Für  $u, v \in V$  sei die Distanz  $d(u, v)$  als Länge eines kürzesten  $u$ - $v$ -Pfades definiert. Weiter definieren wir für  $v \in V$  seine *Exzentrizität*

$$ecc(v) = \max_{u \in V} d(v, u)$$

als die Länge des längsten kürzesten Pfades von  $v$  zu einem anderen Knoten  $u$ . Ein Knoten  $v$  mit

$$ecc(v) = \min_{u \in V} ecc(u)$$

heisst *Zentrum* von  $G$ . Man beachte, dass das Zentrum eines Graphen nicht eindeutig bestimmt ist.

Geben Sie einen Algorithmus an, der in Laufzeit  $\mathcal{O}(|V|)$  ein Zentrum eines *Baumes* bestimmt.

ABGABE DER HAUSAUFGABEN IN DER VORLESUNG AM 11.10.2016.