

Algorithmen und Komplexität Übungsblatt 4

Aufgabe 1

- Gegeben sei ein aufsteigend sortiertes Array $a[1..n]$ mit n Zahlen, wobei einzelne Zahlen mehrfach enthalten sein können. Beschreiben Sie in Worten einen Algorithmus, der für ein gegebenes x in Laufzeit $\mathcal{O}(\log n)$ herausfindet, wie oft x im Array a vorkommt.
- Es seien $n = 2^h$ verschiedene Elemente gegeben. Beschreiben Sie in Worten einen Algorithmus, der mit $2^h + h - 2$ Vergleichen das zweitkleinste Element bestimmt.
- Gegeben seien zwei komplexe Zahlen $z_1 = a + bi$ und $z_2 = c + di$. Zeigen Sie, wie man das Produkt $z_1 z_2 = (ac - bd) + (ad + bc)i$ mit drei reellen Multiplikationen berechnen kann.

Aufgabe 2

Gegeben seien zwei *sortierte* Arrays $a[1..n]$ und $b[1..n]$ mit jeweils n Zahlen. Beschreiben Sie in Pseudocode einen Algorithmus, der in Laufzeit $\mathcal{O}(\log n)$ den gemeinsamen Median aller $2n$ Zahlen findet. Sie dürfen dabei annehmen, dass keine Zahl doppelt vorkommt.

Aufgabe 3

Sie haben einen Beutel mit n Münzen und Sie wissen, dass sich darunter eine falsche Münze befindet, die etwas schwerer ist als die anderen. Um herauszufinden, welches die falsche Münze ist, steht Ihnen eine Balkenwaage zur Verfügung, an der aber nur abgelesen werden kann, ob die Münzen in der linken Schale schwerer, leichter oder genauso schwer sind wie die Münzen in der rechten Schale.



- Zeigen Sie, dass selbst der beste Algorithmus im schlechtesten Fall mindestens $\log_3(n) - 1$ Wägungen benötigt.
- Sei $n = 3^k$ für $k \geq 1$. Beschreiben Sie in präzisen Worten einen Algorithmus, der im schlechtesten Fall genau $\log_3(n)$ viele Schritte benötigt.

ABGABE DER HAUSAUFGABEN IN DER VORLESUNG AM 18.10.2016.