

## Algorithmen und Komplexität Übungsblatt 12

### Aufgabe 1

Beweisen Sie den Satz von Cook-Levin! Zeigen Sie, dass 3-SAT  $\mathcal{NP}$ -vollständig ist. Verwenden Sie dabei, dass die Sprache ERFÜLLBARERSCHALTKREIS  $\mathcal{NP}$ -vollständig ist.

### Aufgabe 2

Eine *Clique* in einem ungerichteten Graphen  $G = (V, E)$  ist ein vollständiger Teilgraph von  $G$ , d.h. eine Teilmenge  $V' \subseteq V$  mit der Eigenschaft, dass  $\{v, w\} \in E \quad \forall v, w \in V'$ . Eine *k-Clique* von  $G$  ist eine Clique, die aus  $k$  Knoten besteht. Wir betrachten die folgenden Entscheidungsprobleme:

k-CLIQUE ( $k \geq 2$  fest)

*Eingabe:*  $G = (V, E)$

*Frage:* Besitzt  $G$  eine  $k$ -Clique?

CLIQUE

*Eingabe:*  $G = (V, E), k \geq 2$

*Frage:* Besitzt  $G$  eine  $k$ -Clique?

Man beachte, dass bei CLIQUE die Zahl  $k$  Bestandteil der Eingabe ist.

- Zeigen Sie, dass  $k$ -CLIQUE (für festes  $k$ ) in  $\mathcal{P}$  liegt! Betrachten Sie dazu den naiven Algorithmus, der das Problem durch vollständige Enumeration löst (d.h. alle  $k$ -Teilmengen von  $V$  untersucht). Wieso ist dies kein polynomieller Algorithmus für das Problem CLIQUE?
- Zeigen Sie, dass die Sprache CLIQUE  $\mathcal{NP}$ -vollständig ist! Verwenden Sie dabei eine Reduktion von 3-SAT.

### Aufgabe 3

Zeigen Sie, dass das folgende Problem ALMOST 3-SAT  $\mathcal{NP}$ -vollständig ist.

ALMOST 3-SAT

*Eingabe:* Variablen  $x_1, \dots, x_n$  und eine Boolesche Formel  $F$  in konjunktiver Normalform, in der jede Klausel höchstens 3 Literale enthält.

*Frage:* Gibt es eine Belegung für  $F$ , so dass genau eine Klausel nicht erfüllt ist und alle anderen erfüllt sind?

ABGABE DER HAUSAUFGABEN IN DER VORLESUNG AM 13.12.2016.