



Departement Informatik
Markus Püschel
Peter Widmayer
Thomas Tschager
Tobias Pröger

13. Oktober 2016

Datenstrukturen & Algorithmen

Blatt 4

HS 16

Abgabe: Am Donnerstag, den 20.10.2016, vor Beginn der Vorlesung um 10 Uhr im Eingangsbereich vor ML D28. Bitte heften Sie Ihre Blätter zusammen und benutzen Sie dieses Blatt als Deckblatt. Füllen Sie auch die ersten zwei der untenstehenden Felder aus.

Übungsstunde (Raum & Zeit): _____

Abgegeben von: _____

Korrigiert von: _____

erreichte Punkte: _____

Aufgabe 4.1 *Verschiedenes.*

- a) Das Verfahren von Karatsuba und Ofman zur Multiplikation ganzer Zahlen berechnet das Produkt zweier Zahlen rekursiv anhand einer Formel, die bis auf Addition und Multiplikation mit der Basis (hier: 10) drei Produkte enthält. Geben Sie zwei Zahlen x und y an, für welche diese drei Produkte $(15 \cdot 26)$, $(11 \cdot 9)$ und $(15 - 11) \cdot (9 - 26)$ sind.

$x =$ _____ $y =$ _____

- b) Führen Sie auf dem folgenden Array zwei Iterationen des Sortieralgorithmus *Sortieren durch Einfügen* aus. Das zu sortierende Array ist durch vorherige Iterationen bereits bis zum Doppelstrich sortiert worden.

2	5	9	15	10	1	6	11	12	8	7	20
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

Bitte wenden.

c) Gegeben ist die folgende Rekursionsgleichung:

$$T(n) := \begin{cases} 9 + 4T(n/3) & n > 1 \\ 6 & n = 1 \end{cases}$$

Geben Sie eine nicht-rekursive, geschlossene und *möglichst einfache* Formel für $T(n)$ an, und beweisen Sie die Korrektheit Ihrer Herleitung mittels vollständiger Induktion über n .

Hinweis: Sie dürfen annehmen, dass n eine Potenz von 3 ist.

Aufgabe 4.2 *Algorithmenentwurf: Zahlensummen.*

Gegeben sei ein aufsteigend sortiertes Array $A = (A[1], \dots, A[n])$ aus natürlichen Zahlen.

- a) Geben Sie einen Algorithmus mit Kosten $\mathcal{O}(n \log n)$ an, der als Eingabe eine natürliche Zahl z erhält, und der entscheidet, ob es im Array A zwei (nicht notwendigerweise verschiedene) Elemente a und b mit $a + b = z$ gibt.
- b) Geben Sie einen Algorithmus an, der das Problem aus a) mit Kosten $\mathcal{O}(n)$ löst.